

**ÖLÇÜYƏ GÖRƏ KVANTLANMIŞ YARIMMAQNİT
YARIMKEÇİRİCİ TƏBƏQƏDƏ ELEKTRON
QAZININ STATİSTİKASI****M.M.MAHMUDOV****Bakı Dövlət Universiteti****mmm@bsu.az**

İşdə ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə elektron qazının statistikasını öyrənilmişdir. Kimyəvi potensialı tapmaq üçün ümumi tənlik alınmışdır. Elektron qazının cırlaşmamış və güclü cırlaşmış halları üçün kimyəvi potensialın analitik ifadələri tapılmışdır. Hər iki halda kimyəvi potensialın elektronların konsentrasiyasından, təbəqənin qalınlığından və mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisinin qiymətindən aşkar asılılığı təyin edilmişdir. Təyin edilmiş ifadələrdən istifadə olunaraq yükdaşıyıcıların cırlaşma kriteriyası tapılmışdır. Ayrıca ifratnazik təbəqə limiti halına baxılmışdır. Bu hal üçün göstərilmişdir ki, cırlaşmış təbəqənin kimyəvi potensialı yükdaşıyıcıların konsentrasiyası, təbəqənin qalınlığı və mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisinin qiymətindən xətti asılı olduğu halda, cırlaşmamış təbəqə üçün bu asılılıq loqarifmik zəifdir.

Müasir dövrdə nanotexnologiyanın inkişafında spintronika və ya maqnitoelektronikanın xidmətləri əvəzsizdir. Belə ki, spintronika metal və yarımkeçirici nanohetrostrukturlarda maqnit və maqnitooptik qarşılıqlı təsiri, kondensə olunmuş mühitdə spinlərin dinamikasını və koherent xassələrini, həmçinin nanometr ölçülü strukturlarda kvant maqnit hadisələrini öyrənir [1-3]. Spintronikanın inkişafı ilə əvvələr məlum olan maqnetiklərlə yanaşı yeni – maqnit, yarımkeçirici və optik xassələri idarə oluna bilən maqnit yarımkeçiricilər yaranmağa başladı. Belə maddələr içərisində öz perspektivliyi və aktuallığına görə daha böyük maraq kəsb edən yarımmaqnit yarımkeçirici maddələrdir [4-5]. Belə maddələrin - xəlitələrin nizamlı kristallik qəfəs dyüynlərində xaotik paylanmış maqnit komponentli atomların olması onlarda kompozisiyon nizamsızlıq əmələ gətirir. Bunun nəticəsində isə bu maddələrdə müxtəlif növ maqnit nizamlılıqları, o cümlədən spin və klaster şüşələri yaranır. Bu xəlitələr, eyni zamanda, yarımkeçirici və ferromaqnit xassələrə malik olur, bu isə onların mikro- və nanoelektronikada tətbiqi üçün nə qədər əhəmiyyətli olduğunu göstərir. Qeyd etmək lazımdır ki, bu maddələrin elektron xassələrinin öyrənilməsində əsas yeri kinetik hadisələrin tədqiqi durur [4,6]. Odur ki, belə sistemlərdə elektron qazının fiziki xüsusiyyətlərini daha dərinədən öyrənmək üçün onların statistikasına baxmaq və termodinamik xassələrinin həm nəzəri, həm də təcrübi tədqiqinə ehtiyac duyulmaqdadır.

Təqdim olunmuş nəzəri iş ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə elektron qazının statistikasının öyrənilməsinə, konkret olaraq kimyəvi potensialın tapılmasına həsr olunmuşdur. Bunun üçün əvvəlcə məlum enerji spektri əsasında böyük termodinamik potensial hesablanmış, sonra isə məlum münasibətlər əsasında təbəqədəki elektron qazının kimyəvi potensialını təyin etmək üçün ümumi tənlük tapılmışdır. Elektron qazının cırılşmamış və güclü cırılşmış halları üçün kimyəvi potensialın analitik ifadələri alınmışdır. Hər iki halda kimyəvi potensialın elektronların konsentrasiyasından, təbəqənin qalınlığından və mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisinin qiymətindən aşkar asılılığı təyin edilmişdir. Təyin edilmiş ifadələrdən istifadə olunaraq yükdaşıyıcıların cırılşma kriteriyası tapılmışdır. Ayrıca ifratnazik təbəqə limiti halına baxılmışdır. Bundan başqa mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisinin qiymətinin kimyəvi potensiala təsiri öyrənilmişdir.

Məlum olduğu kimi nümunənin ölçüləri yükdaşıyıcıların de-Broyl dalğasının uzunluğu tərtibində olduqda kvant ölçü effektləri yaranır [7]. Bu halda cərəyan daşıyıcılarının enerji spektri qismən diskret xarakterə malik olur və onların dalğa funksiyasının şəkli dəyişir. Nəticədə belə təbəqələrin fiziki xassələri massiv nümunələrin xassələrindən əsaslı surətdə fərqlənir. Ölçüləri L_x , L_y , L_z olan və $L_z \ll L_x, L_y$ şərtini ödəyən yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqə şəkilli nümunəyə baxaq. Təbəqənin L_z ölçüsünün üzərinə qoyulmuş məhdudiyyət nəticəsində ona uyğun dalğa vektorunun k_z komponenti diskret qiymətlər alır və təbəqənin yükdaşıyıcılarının enerji spektri qismən diskretləşir. Bundan başqa yarımmaqnit yarımkeçiricidəki yükdaşıyıcıların və maqnit ionlarının lokallaşmış spin momentləri arasındakı güclü mübadilə qarşılıqlı təsiri nəticəsində elektronlar sistemi iki alt zonaya parçalanır [8]. Yuxarıda deyilənləri nəzərə alsaq ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqədə hər iki elektron alt zonası nəzərə alınmaqla yükdaşıyıcıların enerji spektrini aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\varepsilon_{ki}(n, k_{\perp}) = \varepsilon_i + \gamma k_{\perp}^2 + \varepsilon_0 n^2, \quad (1)$$

burada $\varepsilon_i = \varepsilon_g \mp A$, $i=1,2$, ε_g - qadağan olunmuş zonanın eni, A - mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisi, $\gamma = 2P^2/3\varepsilon_g$, P - Keyn parametri, $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$, $\varepsilon_0 = \gamma(\pi/L_z)^2$ - birinci təbəqə səviyyəsinin enerjisi, L_z - təbəqənin qalınlığı, $n=1,2,\dots$ - ölçü kvant ədədidir.

Ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqənin bu enerji spektri əsasında elektron qazının kimyəvi potensialını təyin etmək üçün böyük termodinamik potensialdan istifadə etmək daha məqsəduşundur.

Nazik təbəqə üçün spin parçalanması nəzərə alınmayan halda böyük termodinamik potensialı aşağıdakı kimi yazı bilərik [7]:

$$\Omega = -\frac{V}{2\pi L_z} \sum_n \int_{\varepsilon'}^{\infty} k_{\perp}(\varepsilon, n) f_0(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (2)$$

burada $V = L_x L_y L_z$ - təbəqənin əsas oblastının həcmi, $f_0(\varepsilon)$ - Fermi - Dirak paylanma funksiyası, inteqralın aşağı sərhədi ε' isə $k_{\perp}(\varepsilon', n) = 0$ tənliyinin köküdür. (1) dispersiya qanundan $k_{\perp}(\varepsilon_{ki}, n)$ -i tapıb, (2)-də müəyyən sadə çevrilmələr etdikdən sonra, ölçüyə görə kvantlanmış yarımqaçıt yarımkeçirici təbəqədə hər iki elektron alt zonası nəzərə alınmaqla böyük termodinamik potensial üçün alarıq:

$$\Omega = -\frac{V(k_0 T)^2}{4\pi\gamma L_z} \sum_n [F_2(\eta_1(n)) + F_2(\eta_2(n))], \quad (3)$$

burada $F_r(\eta_i(n))$ - birparametrlı Fermi inteqralıdır [7], $\eta_i(n) = \zeta^* - \varepsilon_i^* - \varepsilon_0^* n^2$, $\zeta^* = \zeta/k_0 T$, $\varepsilon_i^* = \varepsilon_i/k_0 T$, $\varepsilon_0^* = \varepsilon_0/k_0 T$. Qeyd etmək lazımdır ki, böyük termodinamik potensial üçün tapılmış (3) münasibəti temperatur və təbəqə qalınlığının istənilən qiyməti üçün doğru olan ümumi ifadədir.

Fərz edək ki, elektron qazının konsentrasiyası $n_{ei} = -(1/V)(\partial\Omega/\partial\zeta)_{T,V}$ (bax [9]) sabitdir və bu yaxınlaşmada kimyəvi potensialın temperaturdan, yükdaşıyıcıların konsentrasiyadan, təbəqənin qalınlığından və zona parametrlərindən asılılığını təyin edək. Böyük termodinamik potensialın (3) ifadəsini konsentrasiyanın düsturunda nəzərə alsaq kimyəvi potensialı hesablamaq üçün aşağıdakı tənliyi tapmış olarıq:

$$n_{ei} = \frac{k_0 T}{2\pi\gamma L_z} \sum_n [F_1(\eta_1(n)) + F_1(\eta_2(n))]. \quad (4)$$

Bu tənlik də temperatur və təbəqə qalınlığının istənilən qiyməti üçün doğru olduğundan onu müxtəlif xüsusi hallarda araşdırıb kimyəvi potensialın konsentrasiyadan aşkar asılılığını tapa bilərik.

a. Cırılşmamış elektron qazı: $(\zeta - \varepsilon_i - \varepsilon_0) \ll k_0 T$. Bu halda birparametrlı Fermi inteqralının məlum asimptotikasından istifadə etsək (bax [7]), (4) tənliyindən elektron qazının kimyəvi potensialı üçün alarıq:

$$\exp\left(\frac{\zeta - \varepsilon_g}{k_0 T}\right) = \frac{2\pi\gamma L_z}{k_0 T} \frac{n_{ei}}{\Theta(\nu_0) - 1} [ch(A/k_0 T)]^{-1}, \quad (5)$$

burada

$$\Theta(\nu_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-\pi\nu_0 n^2), \quad (6)$$

funksiyası daxil edilmiş, $\nu_0 = \varepsilon_0/\pi k_0 T$ - işarələməsi qəbul olunmuşdur. Kimyəvi potensialın aşkar şəklini tapmaq üçün $\Theta(\nu_0)$ funksiyasının ν_0 - arqumentinin böyük və kiçik qiymətlərindəki ifadələrindən istifadə etmək olar [7]. (5) münasibətindən istifadə olunaraq elektron qazının aşağıdakı kimi təyin olunan cırılşma kriteriyası tapılmışdır:

$$\frac{4P^2}{3\varepsilon_g} \frac{\pi n_{ei}}{k_0 T} \frac{L_z}{ch(A/k_0 T) \Theta(\nu_0) - 1} \ll 1. \quad (7)$$

Bu münasibətdən göründüyü kimi cırlaşma kriteriyası təbəqənin qalınlığından və enerjinin ölçüyə görə kvantlanmış hissəsindən asılıdır. Belə ki, ifratnazik təbəqə halı üçün bu kriteriya daha yaxşı ödənilir.

Arqumentin böyük qiymətlərində $\nu_0 \gg 1$, yəni ifratnazik təbəqə üçün $\Theta(\nu_0) \approx 1 + 2 \exp(-\pi\nu_0)$ olduğunu nəzərə alsaq (5)-dən taparıq:

$$\zeta(L_z) = \varepsilon_0 + \varepsilon_g + k_0 T \ln \left[\frac{\pi \gamma L_z n_{el}}{k_0 T ch(A/k_0 T)} \right]. \quad (8)$$

Arqumentin kiçik qiymətlərində $\nu_0 \ll 1$, yəni qalın təbəqə üçün aşağıdakı funksional asılılıqdan istifadə etmək olar [10]:

$$\Theta(\nu_0) = \frac{1}{\sqrt{\nu_0}} \Theta \left(\frac{1}{\nu_0} \right). \quad (9)$$

Onda bu şərt üçün $\Theta(\nu_0) \approx \nu_0^{-1/2} [1 + 2 \exp(-\pi/\nu_0)]$ yazıla bilər. Bu münasibəti (5)-də yerinə yazsaq birinci yaxınlaşmada massiv yarımmaqnit yarımkeçiricinin kimyəvi potensialının məlum ifadəsini alarıq [11].

Ümumiyyətlə, ölçü kvantlanması elektron qazının kimyəvi potensialına verdiyi əlavə

$$\delta\zeta(\nu_0) = \zeta(\nu_0) - \zeta_M(0) = k_0 T \ln \left[\sqrt{\nu_0} (\Theta(\nu_0) - 1) \right], \quad (10)$$

kimi təyin olunur, burada

$$\zeta_M = \varepsilon_g + k_0 T \ln \left[\left(\frac{\pi \gamma}{k_0 T} \right)^{3/2} \frac{2n_{el}}{ch(A/k_0 T)} \right], \quad (11)$$

cırlaşmamış massiv yarımmaqnit yarımkeçirici nümunədə elektron qazının kimyəvi potensialıdır [11]. Əgər $\Theta(\nu_0)$ funksiyasının arqumentin böyük və kiçik qiymətləri üçün aldığı limit qiymətlərdən istifadə etsək, cırlaşmamış ifratnazik təbəqə üçün

$$\zeta = \zeta_M + \varepsilon_0 - \frac{k_0 T}{2} \ln(4\nu_0), \quad (12)$$

və qalın təbəqə üçün

$$\zeta = \zeta_M - k_0 T \ln(1 - \sqrt{\nu_0}), \quad (13)$$

ifadələrini alarıq. Bu ifadələrin təhlili göstərir ki, təbəqənin qalınlığı azaldıqca elektron qazının kimyəvi potensialı massiv nümunənin kimyəvi potensialına nisbətən böyüyür.

b. Cırlaşmış elektron qazı: $(\zeta_F - \varepsilon_i - \varepsilon_0) \gg k_0 T$. Güclü cırlaşmış elektron qazı üçün Fermi integrallarının məlum asimptotikasından istifadə edərək (bax [7]), cırlaşmaya görə sıfırıncı yaxınlaşmada (4)-dən alarıq:

$$n_{el} = \frac{1}{2\pi\gamma L_z} \left[\sum_{n=1}^{n_{01}} (\zeta_F - \varepsilon_1 - \varepsilon_0 n^2) + \sum_{n=1}^{n_{02}} (\zeta_F - \varepsilon_2 - \varepsilon_0 n^2) \right], \quad (14)$$

burada $n_{0i} = \left\lfloor \sqrt{(\zeta_F - \varepsilon_i)/\varepsilon_0} \right\rfloor$ - Fermi sərhədini kəsən təbəqə səviyyəsinin nömrəsi olub, $\sqrt{(\zeta_F - \varepsilon_i)/\varepsilon_0}$ - ədədinin tam hissəsidir. Axıncı ifadədə n - ə görə cəmləməni yerinə yetirsək n_{el} üçün tapırıq:

$$n_{el} = \frac{1}{2\pi\gamma L_z} \left[\left((\zeta_F - \varepsilon_1)n_{01} - \varepsilon_0 \frac{n_{01}(n_{01}+1)(2n_{01}+2)^2}{6} \right) + \left((\zeta_F - \varepsilon_2)n_{01} - \varepsilon_0 \frac{n_{02}(n_{02}+1)(2n_{02}+2)^2}{6} \right) \right]. \quad (15)$$

Beləliklə, (15) ifadəsi ixtiyari qalınlıqlı təbəqələr üçün Fermi sərhədi ilə yükdaşıyıcıların konsentrasiyası arasında ümumi münasibətdir.

Tam cırlaşmış ifratnazik təbəqə üçün hər bir elektron alt zonasında yalnız bir təbəqə səviyyəsinin dolmuş olduğunu nəzərə alsaq ($n_{0i} = 1$) (15)-dən elektron qazının Fermi sərhədini aşağıdakı şəkildə tapmış olarıq:

$$\zeta_F(L_z) = \varepsilon_g + \varepsilon_0 + \pi\gamma n_{el} L_z. \quad (16)$$

Göründüyü kimi ölçüyə görə kvantlanmış təbəqənin tam cırlaşmış halında elektron qazının Fermi sərhədi mübadilə qarşılıqlı təsirdən asılı deyil.

Güclü cırlaşmış qalın təbəqə halında $n_{0i} \gg 1$ olduğundan, yəni çox sayda təbəqə səviyyəsi dolmuş olduğundan (14) ifadəsi çox asanlıqla massiv nümunənin ifadəsinə keçir [11].

(8) və (16) ifadələrindən göründüyü kimi ifratnazik təbəqə halı üçün cırlaşmış təbəqənin kimyəvi potensialı yükdaşıyıcıların konsentrasiyası, təbəqənin qalınlığı və mübadilə qarşılıqlı təsir enerjisinin qiymətindən xətti asılı olduğu halda, cırlaşmamış təbəqə üçün bu asılılıq loqarifmik zəifdir.

Qeyd etmək lazımdır ki, ölçüyə görə kvantlanmış yarımmaqnit yarımkeçirici təbəqə üçün alınmış ümumi ifadələr təbəqə qalınlığının böyük qiymətlərində massiv yarımmaqnit yarımkeçiricinin məlum ifadələri ilə üst-üstə düşür [12].

ƏDƏBİYYAT

1. Zutic I., Fabian J., Das Sarma S. // Rev. Mod. Phys., 2004, v.76, p.323-410.
2. Ziese M., Thornton M.F. Spin Electronics. Springer, Berlin, 2001, p. 53-65.
3. А.В.Огнев, А.С.Самардак // Вестник ДВО РАН, 2006, № 4, с.70-80.
4. Фурдына Я., Косут Я. Полумангнитные полупроводники. М.: Мир, 1992, 496 с.
5. Timm C. // J. Phys.: Condens. Matter. 2003, v.15, p. 1865-1896.
6. Кульбачинский В.А., Гурин П.В., Тарасов П.М. // ФНТ, 2007, т.33, в.2-3, с. 239-255.
7. Askerov B.M. Electron transport phenomena in semiconductors. World Scientific, Singapore: 1994, 394 p.

8. Furduna J. // J. Appl. Phys., 1988, v.64, № 4, p.R29-R64.
9. Аскеров Б.М. Термодинамика и статистическая физика. Баку: Изд. БГУ, 2007, 512 с.
10. Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М.: Наука, 1977, 552 с.
11. Фигарова С.Р., Махмудов М.М. // Вестник БГУ, серия физ.-мат. наук, 2000, №3, с.83-89.
12. Аскеров Б.М., Фигарова С.Р., Махмудов М.М. // Известия АН Азербайджана, сер. физ.-мат. и тех. наук, Баку: 2003, т. 23, №5(I), с. 29-40.

**СТАТИСТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА
РАЗМЕРНО КВАНТОВАННОЙ
ПОЛУМАГНИТНО-ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ПЛЕНКИ**

М.М.МАХМУДОВ

РЕЗЮМЕ

В работе изучается статистика электронного газа размерно квантованной полумангнитно-полупроводниковой пленки. Получены выражения для химического потенциала как невырожденного, так и сильно вырожденного электронного газа. Рассмотрен предельный случай сверхтонкой пленки. Показано, что в вырожденном случае зависимость химического потенциала сверхтонкой пленки от концентрации носителей тока, толщины пленки и параметра обменного взаимодействия линейная, в отличие от невырожденного случая, где зависимость слабо логарифмическая.

**STATISTICS OF ELECTRON GAS IN SEMIMAGNETIC
SEMICONDUCTOR QUANTUM SIZE FILM**

M.M.MAHMUDOV

SUMMARY

The paper investigates the statistics of the electron gas in semimagnetic semiconductor quantum size film. Expressions for chemical potential of the nongenerate and strong degenerate electron gas are received. The limiting case of an ultrathin film is considered. It is shown, that in a degenerate case the dependence of the chemical potential of an ultrathin film on the concentration of charge carriers, the thickness of a film and parameter of the exchange interaction is linear unlike a nongenerate, where dependence is poorly logarithmic.